

基于特征正交分解翼型流场反设计方法研究^{*}

Airfoil Flow Field Reconstruction via Proper Orthogonal Decomposition

西北工业大学航天学院 叶茂 徐敏 姚伟刚 刘浩

[摘要] 基于特征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)方法中模态的思想,利用特征正交分解基,通过改变马赫数或迎角来得到相应的流场快照,对流场参数进行重构,基于快照范围内可以得到高精度的重构流场结果。以NACA0012翼型和RAE2822翼型为研究对象,采用POD方法对流场参数进行了重构。验证结果表明,POD方法能高效而精确地重构所需状态下的二维流场参数,并具有一定的外插能力。该方法为数值风洞、流动控制及翼型设计研究提供了理论基础。

关键词: 特征正交分解 流场重构 跨音速 欧拉方程

[ABSTRACT] A method for reconstructing flow fields that using proper orthogonal decomposition (POD) basis functions or modes with great reduction on the computational cost is presented. Using this approach, it is possible to construct entire aerodynamic flow fields from the knowledge of computed aerodynamic data or measured flow data specified on the aerodynamic surfaces, demonstrating a way to effectively combine experimental and computational data. There are three cases here, varying inflow Mach number to NACA0012 airfoil in subsonic region and RAE2822 airfoil in transonic region. The results demonstrate that the POD procedure could provides effectively high accurate flow fields reconstruction when just very little amount of data is known. It is a simple, effective method for digit wind tunnel, flow control, and airfoil design.

Keywords: Proper orthogonal decomposition (POD) Flow field reconstruction Transonic flow Euler equation

特征正交分解(POD)也称为Karhunen Loéve变换,是一种高效的数据分析、处理方法,已经广泛地应用

到诸多领域,如图形处理、数据恢复、人脸识别、海洋数据处理及模型降阶等^[1-5]。Sirovich将快照方法引入到POD中,使得POD方法变得更加高效,能应用到更加广泛的问题中,特别是在计算流体力学(CFD)中,对非定常气动力模型进行降阶^[6-7]。POD降阶的原理是:从一系列数据样本中,提取一个由POD基构成的最优子空间,这个最优子空间可以看作是原系统的最佳描述。对POD基进行适当截断,从而形成低阶子空间,大大提高了数据处理和分析的效率。根据以上思想,本文建立了基于POD的流场重构算法。算例针对NACA0012翼型和RAE2822翼型,分别以不同Ma数生成快照,重构所需状态的流场和翼型的气动特性。结果表明在生成快照的基础上,仅通过很少部分气动参数的分布(如压力分布),就可以重构整个流场。

1 特征正交分解(POD)

POD的基本思想是^[8],给出 m 个 n 维空间的数据样本 $y_1, \dots, y_m \in R^n$,则由此样本构成的欧式空间为 $V = \text{span}\{y_1, \dots, y_m\} \subset R^n$,寻找 l ($l \leq \dim V$)个正交向量(即POD基) $\{\psi_i\}_{i=1}^l$,使得(1)式最小:

$$J(\psi_1, \dots, \psi_l) = \sum_{j=1}^m \left\| y_j - \sum_{i=1}^l (y_j^T \psi_i) \psi_i \right\|^2, \quad (1)$$

其中, $\|y\| = \sqrt{y^T y}$ 为欧式范数。对式(1)进行最小值优化^[8],其约束条件如下:

$$\psi_i^T \psi_j = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}, \quad (2)$$

经过优化可得到,满足式(1)最小化的条件是:

$$YY^T \psi_i = \lambda_i \psi_i, \quad (3)$$

其中, $Y = [y_1, \dots, y_m] \in R^{n \times m}$,则称 YY^T 为POD核。可见,求POD基的问题就转化为求POD核的特征值与特征向量的问题。

POD核的维数是 $n \times n$,求取如此大型矩阵的特征值问题是耗时、低效的。在本文采用了如下方法求得POD基。

首先求取 $R = Y^T \cdot Y$ (本文称之为POD伪核,为 $m \times m$ 维)的特征值、特征向量,即:

^{*} 教育部博士点基金(20070699054),国家自然科学基金重大研究计划(90816008)资助。

$$Y^T Y \phi_i = \lambda_i \phi_i, \quad (4)$$

则易得:

$$\psi_i = Y \phi_i \lambda_i^{-1/2}, \quad (5)$$

这样就将(3)式的 $n \times n$ 维特征值问题, 转化为了 $m \times m$ 维特征值问题。POD 基所对应的特征值代表了该 POD 基占降阶模型总“能量”的大小。

2 基于 POD 的反设计算法

令 \tilde{p} 为重构流场向量, 则其可表示为 m 个 POD 基 $\{\psi_i\}_{i=1}^m$ 的线性叠加^[2-3], 表示为:

$$\tilde{p} = \sum_{i=1}^m b_i \psi_i, \quad (6)$$

$\{b_i\}_{i=1}^m$ 为与 $\{\psi_i\}_{i=1}^m$ 对应的系数。令 p 为已知流场向量, 它可以是仅包含物面气动参数分布的数据列表。则它和设计向量的误差 e 可表示为:

$$e = \|p - \tilde{p}\|^2, \quad (7)$$

将式(6)代入到式(7)则有:

$$e = \left\| p - \sum_{i=1}^m b_i \psi_i \right\|^2, \quad (8)$$

为使误差 e 有最小值, 对 e 中 b_i 求偏导数并令其为 0 得到:

$$\frac{\partial e}{\partial b_i} = 0, \quad (9)$$

整理得:

$$M \cdot B = F, \quad (10)$$

其中: $M = (\psi_i, \psi_i)$, $F = (p, \psi_i)$, B 为 b_i 构成的解向量。则通过求线性方程组(10)就可以得到最优 POD 基系数, 进而得到反设计的流场。

3 流场求解器

采用有限体积法离散 Euler 方程, 求解气动流场, 其积分形式为^[9]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} w dx dy + \oint_{\partial \Omega} (f dy - g dx) = 0, \quad (11)$$

其中:

$$w = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix}$$

采用 Jameson 发展的中心差分格式离散无粘通量, 时间采用 Rung-Kutta 显式推进。计算了 NACA0012 翼型, 如图 1 所示计算值与试验值吻合较好^[10]。

4 流场重构

4.1 亚音速流场

90 航空制造技术 · 2011 年第 17 期

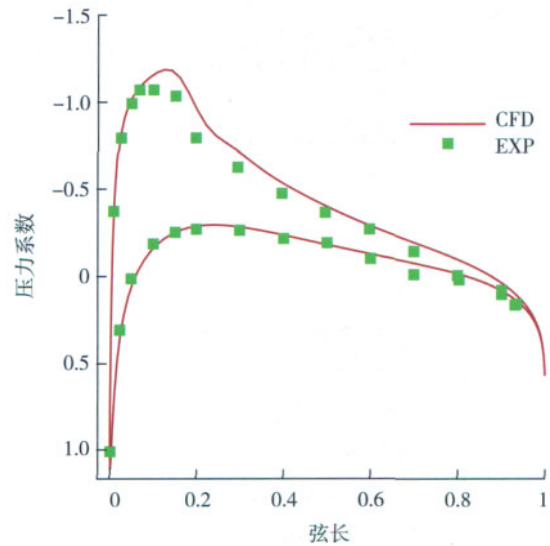


图1 NACA0012翼型压力系数比较

Fig.1 Comparison of C_p between CFD result with experiment data about NACA0012 airfoil

模型为对称翼型 NACA0012, 计算网格为 O 型网格, 网格数为 123×43 。

$\alpha=0^\circ$, $M_a=[0.40, 0.50]$, $\Delta M_a=0.01$ 构成快照矩阵, 每个流场压力数据为 $123 \times 43=5289$ 个。快照矩阵的维数为: 5289×11 , 形成的 POD 伪核的维数为: 11×11 , 对 POD 伪核进行奇异值分解, 提取 POD 基。如图 2 所示是各阶 POD 基对应奇异值的分布, 纵坐标代表了各阶 POD 基占系统总“能量”大小, 从图中可以看出, 奇异值下降很快, 前 3 阶 POD 基占系统总能量的 99%。图 3 是前 4 阶 POD 模态压强等值线分布。

设计马赫数 $M_a=0.455$, 该马赫数不在快照内, 仅提供翼型物面压强分布, 采用第二节所述的方法求得最优 POD 基系数, 用前各阶基模态重构了设计马赫数的流场。结果如图 4 所示, 图 5 为图 4 中蓝线上压强分布的

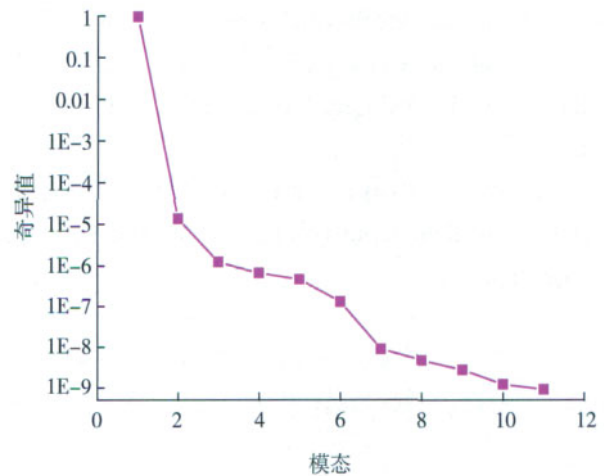


图2 Hankle奇异值

Fig.2 Distribution of Hankle singular values

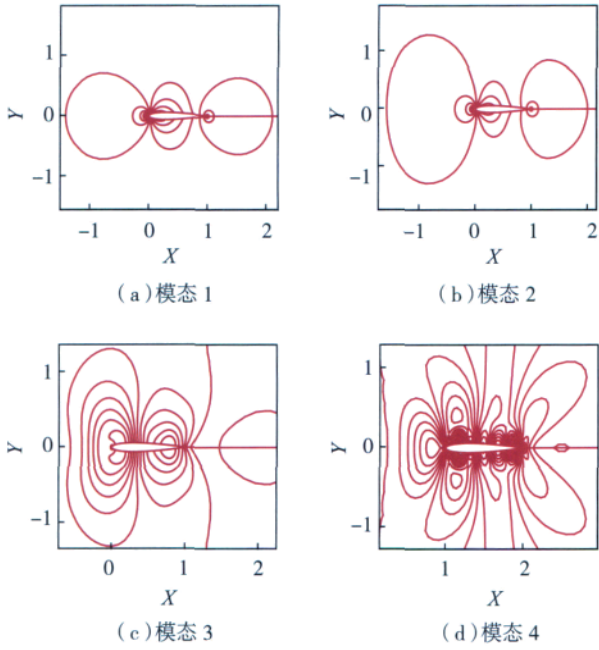


图3 前4阶流场模态压强等值线
Fig.3 Pressure isopleth at first 4 modes

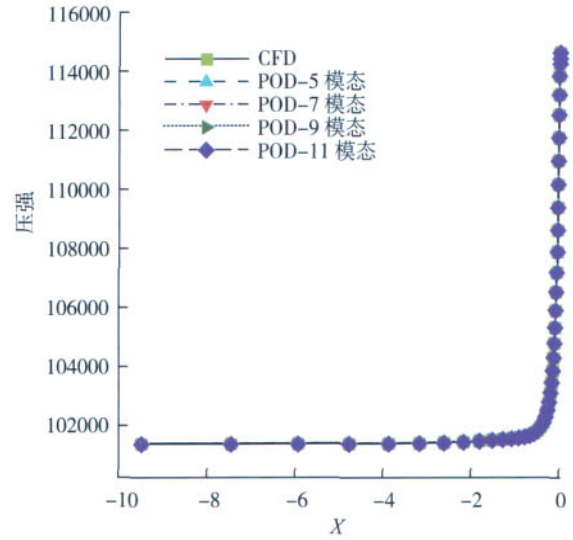


图5 $i=63$ 网格线上的压强比较
Fig.5 Comparison of pressure value at the grid line $i=63$

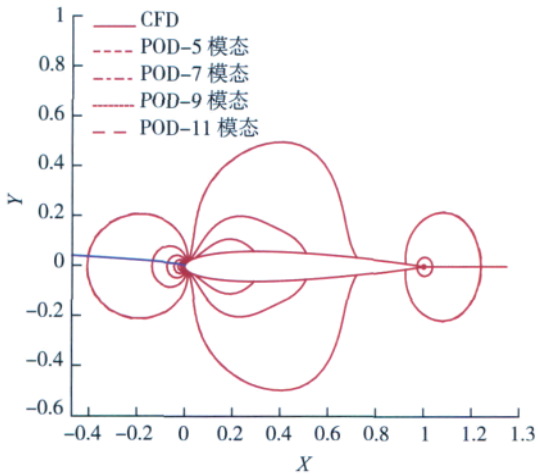


图4 各阶模态重构 $M_a=0.455$ 流场比较
Fig.4 Comparison of pressure between reconstruction using different modes and CFD data at $M_a=0.455$

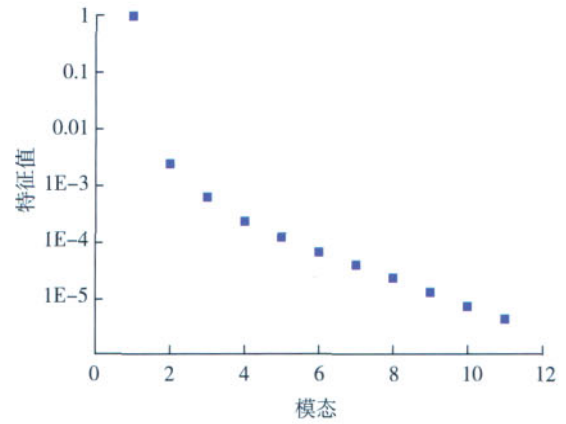


图6 Hankle奇异值分布
Fig.6 Distribution of Hankle singular values

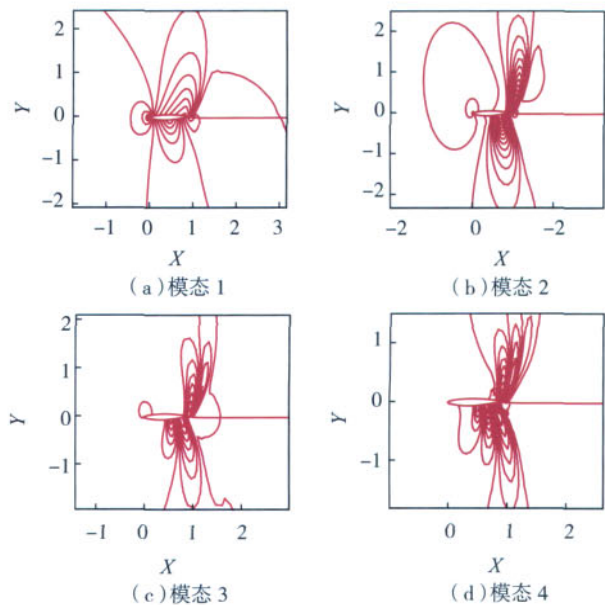


图7 前4阶流场模态压强等值线
Fig.7 Pressure isopleth at first 4 modes

比较,可见,重构的压强数据与 CFD 仿真出的数据精确吻合。

4.2 跨音速流场

模型为层流翼型 RAE2822,计算网格为 O 型网格,网格数为 123×43 。

$\alpha=0^\circ$, $M_a = [0.80,0.90]$, $\Delta M_a=0.01$ 构成快照矩阵,每个流场压力数据为 $123 \times 43=5289$ 个。快照矩阵的维数为: 5289×11 ,形成的 POD 伪核的维数为: 11×11 ,对 POD 伪核进行奇异值分解,提取 POD 基。如图 6 所示是各阶 POD 基对应奇异值的分布,纵坐标代表了各阶

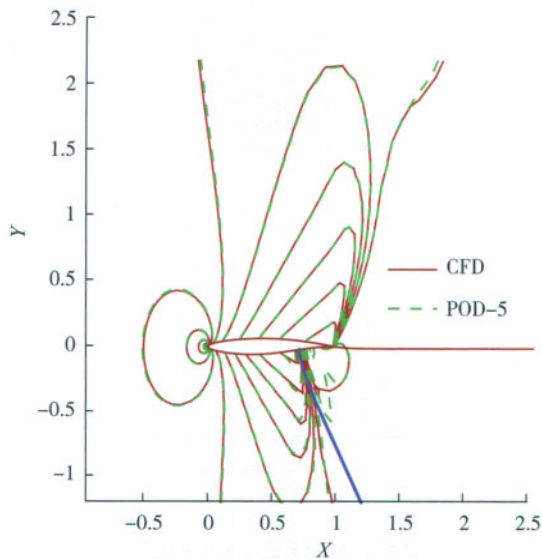


图8 前5阶模态重构 $M_a=0.877$ 流场比较
Fig.8 Comparison of pressure between reconstructed results using the first 5 modes with CFD at $M_a=0.877$

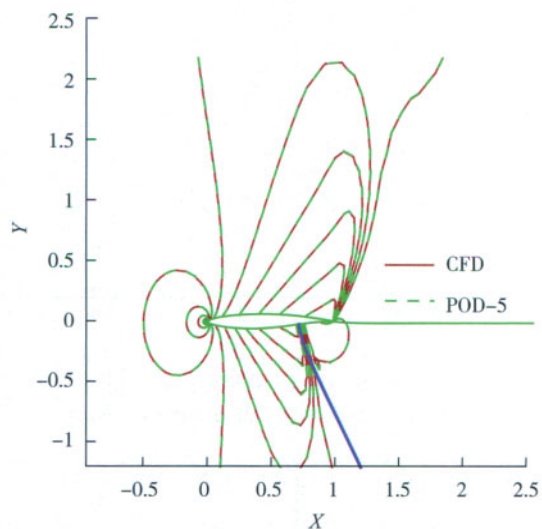


图9 前10阶模态重构 $M_a=0.877$ 流场比较
Fig. 9 Comparison of pressure between reconstructed results using the first 10 modes with CFD at $M_a=0.877$

POD 基占系统总“能量”大小,从图中可以看出,奇异值下降很快,前3阶 POD 基占系统总能量的99%。图7是前4阶 POD 模态压强等值线分布。

图8、图9分别为前5阶、10阶模态重构得到的马赫数 $M_a=0.877$ 流场与CFD计算结果比较。可见采用前10阶模态重构的流场质量比前5阶好。图10为 $i=23$ 网格线(即图4、图5中最粗线)上压强的比较。

图11为前11阶模态对 $M_a=0.782$ 流场重构的压强等值线分布与CFD计算结果比较。

重构过程中所用原始数据为123个,重构出整个流场数据为5289个,已知数据占重构出的数据的2.33%。

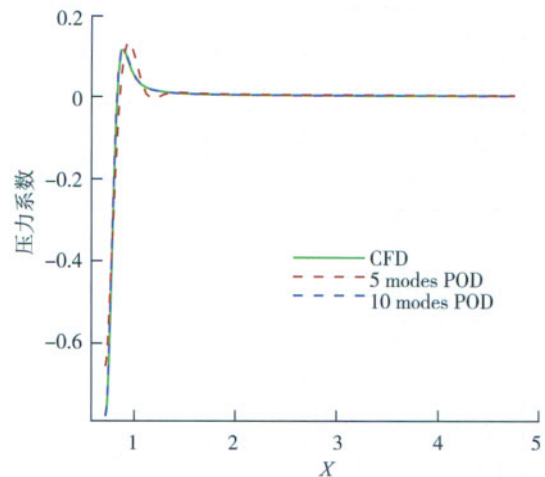


图10 $i=23$ 网格线上的压力系数比较
Fig.10 Comparison of C_p value at grid line $i=23$

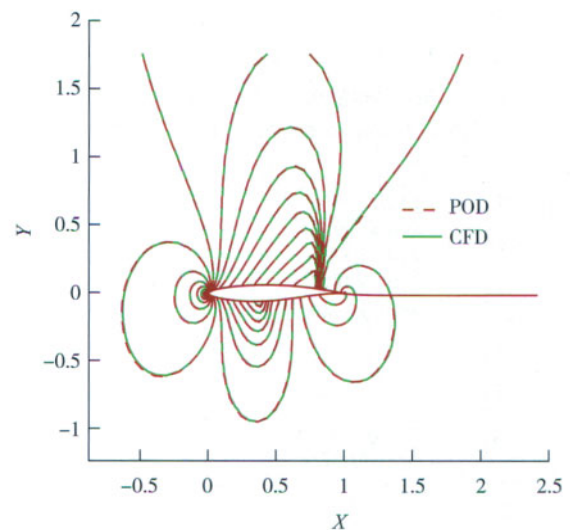


图11 前11阶模态重构 $M_a=0.782$ 流场比较
Fig.11 Comparison of pressure between reconstruction using 11 modes and CFD data at $M_a=0.782$

5 结论

本文基于特征正交分解(POD)方法中模态的思想,进行了高效的流场重构方法研究:

(1)选择RAE2822翼型进行跨声速流场重构,结果表明,在快照选择范围内,能高精度重构出翼型的流场,对外插重构,在 Ma 数小于快照域下限的一定范围内,具有较高精度。而随着马赫数增加,流场非线性增强,精确重构马赫数大于快照域上限的流场情况较困难。本方法还能很好地再现激波。

(2)POD方法可利用少量物面数据重构出整个流场的数据,因此可以用于数值风洞。在有实验数据的情况下,能再现该实验情况下的流场,因此可以进行流动控制等研究。

参考文献

- [1] Jurgen Seidel, Stefan Siegel, Kelly Cohen, Thomas McLaughlin. POD based Separation Control on the NACA0015 Airfoil. AIAA 2005-297.
- [2] Willcox K. Unsteady Flow Sensing and Estimation via the Gappy Proper Orthogonal Decomposition. AIAA 2004-2415.
- [3] Patrick A LeGresley, Juan J Alonso. Airfoil Design Optimization Using Reduced Order Models Based on Proper Orthogonal Decomposition. AIAA 2000-2545.
- [4] Patrick A LeGresley, Juan J Alonso. Investigation of Non-Linear Projection for POD Based Reduced Order Models for Aerodynamics. AIAA 2001-0926.
- [5] 姚伟刚. 非线性气动弹性系统时域仿真研究[D]. 西安: 西北工业大学. 2010.1.
- [6] Bui-Thanh T, Danodaran M, Willcox K. Aerodynamic Data Reconstruction and Inverse Design Using Proper Orthogonal Decomposition. AIAA Journal, 2004.
- [7] Bui-Thanh T, Danodaran M, Willcox K. Proper Orthogonal Decomposition Extensions for Parametric Applications in Compressible Aerodynamics. AIAA 2003-4213.
- [8] Sefan Volkwein. Proper Orthogonal Decomposition for Nonlinear Dynamical Systems. DISC Summerschool 2005.
- [9] 阎超. 计算流体力学方法及应用. 北京航空航天大学出版社, 2007.
- [10] 黄守智. 基于动态变形网格的非定常粘性流动数值分析[D]. 西安: 西北工业大学, 2005. (责编 侧卫)

(上接第 74 页)

衬套, 而这个衬套具有一定的弹塑性, 使接头在受外载时, 通过各自塑性, 改变了应力场, 使得各列钉受力近似

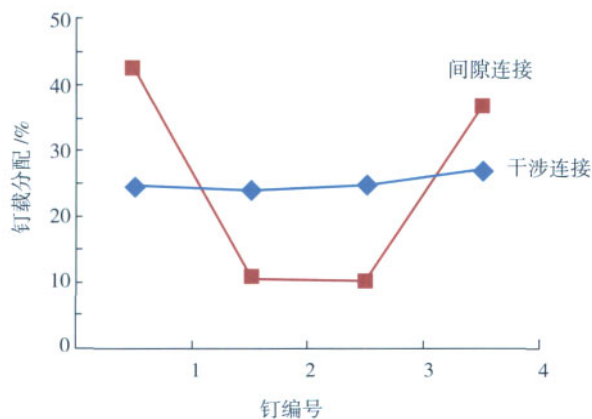


图9 干涉与间隙接头钉载分配结果对比

Fig.9 Comparison between pin load distribution of interference-fit joining and gap joining

一致, 从而提高了复合材料接头的钉载分配能力, 进而使得复合材料在飞机上达到较高的许用应变能力。

3 结论

采用模拟和试验的方法对复合材料干涉钛环槽紧

固系统连接的双搭接连接接头进行了钉载分配研究, 模拟分析研究和试验研究表明, 复合材料采用干涉连接后, 由于脱胶分层和中间金属衬套在受力中弹塑性的共同作用, 较大地改善了钉载分配能力, 进而提高了复合材料结构应变许用能力, 满足了设计对复合材料结构的减重、高寿命、高可靠性要求。

参考文献

- [1] 牛春匀. 飞机复合材料结构设计与制造. 西安: 西北工业大学出版社, 1995.
- [2] 王武, 陶华, 刘风雷, 等. 复合材料多排螺栓连接钉载分配的研究. 绝缘材料, 2006, 39(1):28-32. (责编 良辰)

(上接第 77 页)

和数学模型, 并利用 ANSYS 软件对其温度和电流密度分布进行了模拟, 数值模拟和试验测量的结果吻合较好。

(2) BGA 封装焊点的芯片端和基板端的温度随加载电流的增大而增加, 芯片边为热边, 基板边为冷边, 热边的温升大于冷边的温升。因此, 焊点两端的温度梯度也随加载电流的增大而增加, 并且增加方式满足抛物线规律。

(3) 互连焊点内部电流密度分布不均匀, 在电流入口处/出口处存在电流拥挤现象。在本模拟条件下, 其电流密度数值比平均电流密度大 2-3 数量级。

参考文献

- [1] 胡强. BGA 组装技术与工艺. 电子元件与材料, 2006, 25(6): 10-12.
- [2] 李禾, 傅艳军, 李仁增, 等. 球栅阵列倒装焊封装中的热应变值的测试. 半导体学报, 2002, 23(6):655-659.
- [3] 杨邦朝, 熊流锋, 杜晓松, 等. 集成电路封装的三维热模拟与分析. 功能材料, 2002, 33(1): 57-59.
- [4] TU K N, Gusak A M, LI M. Physics and materials challenges for lead-free solders [J]. Journal of Applied Physics, 2003, 93(3): 1335-1353.
- [5] 卫国强, 石永华, 黄延禄, 等. 倒装芯片焊点中的热迁移. 材料科学与工艺, 2009.10(17):128-133.
- [6] 姚健, 卫国强, 石永华. 无铅电子封装中的电迁移. 焊接技术, 2010, 39(3): 1-5.
- [7] Kirsten W Z. Simulation of migration effects in solder bumps. IEEE Transactions on Device and Materials Reliability, 2008, 8(3):442-448.
- [8] Nah J W, Suh J O, Tu K N. Effect of current crowding and joule heating on electromigration induced failure in flip chip composite solder joints tested at room temperature. Journal of Applied Physics, 2005, 98: 013715.
- [9] Tu K N, Yeh C C, Liu C Y, et al. Effect of current crowding on vacancy diffusion and void formation in electromigration. Journal of applied physics, 2000, 76(8):988-990. (责编 晓立)